

圆筒表面椭圆裂纹应力强度因子的数值研究

何家胜^{1,2}, 程光旭¹, 危卫¹, 朱晓明³, 路远明³, 吴建平³, 朱光强⁴

(1. 西安交通大学能源与动力工程学院, 710049, 西安; 2. 武汉工程大学机电工程学院, 430074, 武汉;
3. 中国石化股份有限公司武汉分公司, 430082, 武汉; 4. 核动力运行研究所, 430223, 武汉)

摘要: 为解决用有限元方法进行三维裂纹问题分析时的难点, 通过在裂纹前沿设置奇异单元, 建立了圆筒表面椭圆裂纹的断裂力学有限元分析模型; 通过 Visual Basic 对 ANSYS 的封装调用, 编制了便于工程化应用的圆筒表面椭圆裂纹应力强度因子自动分析软件 AutoSIFA; 运用该软件得到了弯扭载荷作用下圆筒表面椭圆裂纹应力强度因子的变化规律, 绘制了裂纹最深点应力强度因子形状修正系数 F_I 的曲线图谱, 并拟合出了便于工程应用的相关公式。

关键词: 应力强度因子; 表面椭圆裂纹; 奇异单元

中图分类号: TH123 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2009)07-0063-06

Numerical Analysis of Stress Intensity Factor for Semi-Elliptical Crack on Cylinder Surface

HE Jiasheng^{1,2}, CHENG Guangxu¹, WEI Wei¹, ZHU Xiaoming³

LU Yuanming³, WU Jianping³, ZHU Guangqiang⁴

(1. School of Energy and Power Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China; 2. School of Mechanical and Electrical Engineering, Wuhan Institute of Technology, Wuhan 430074, China; 3. Wuhan Subsidiary Company, China Petrochemical Co. Ltd., Wuhan 430082, China; 4. Research Institute of Nuclear Power Operation, Wuhan 430223, China)

Abstract: A fracture finite element analysis model of the semi-elliptical crack on cylinder surface is established by putting singular elements along the front edge of the crack. By linking Visual Basic with ANSYS, a software named AutoSIFA is compiled to calculate the stress intensity factor (SIF) of the semi-elliptical surface crack automatically and conveniently. The varying regular patterns of SIF under torsion and bending are obtained by the AutoSIFA. Hence, the diagrammatic curves of the amending factor F_I of the deepest point of the crack are plotted, and the relevant formulas are fitted for engineering applications.

Keywords: stress intensity factor; elliptical surface crack; singular crack element

工程实际中许多圆筒结构的脆性断裂是由于表面裂纹的扩展造成的, 因此研究并防止此类结构发生低应力脆断对于设备的安全运行具有重要的意义. 应力强度因子是控制和研究裂纹问题的重要断裂力学参数, 在设备零部件的安全评定中有着重要的作用. 圆筒表面裂纹的研究属于三维裂纹问题, 与二维裂纹问题相比, 三维裂纹应力强度因子的研究更加困难, 目前能查到的关于圆筒表面椭圆裂纹问

题的研究文献较少. 圆筒表面椭圆裂纹应力强度因子的解析分析比较困难, 目前还没有精确解.

孔宪明等^[1]用光弹法测定了在拉伸载荷下圆柱壳体上环向表面椭圆裂纹的应力强度因子, 拟合了近似公式. Carpinteri 等^[2-3]研究了带裂纹空心轴的断裂问题, 用三维有限元法分析了带环向椭圆表面裂纹的圆筒分别在弯矩和轴向拉伸载荷作用下的应力强度因子变化. Peng^[4]和 Wallbrink^[5]采用一种

半分析的方法对圆筒环向表面裂纹的应力强度因子进行了预测.但是,这些研究都限制在 I 型裂纹问题上,对于组合载荷下的复合型裂纹问题的研究,目前还未见文献报道.

三维有限元法^[6]因其强大的模拟和数值计算功能,已被较多地用于应力强度因子的计算.由于 1/4 节点法^[7-8]简便、实用,精度较高,因而被广泛应用于断裂力学参数的有限元分析中.然而,在运用 1/4 节点法分析表面裂纹问题时,需要沿裂纹前沿设置一系列三维奇异单元来模拟裂纹前沿应力的奇异性,但是对于椭圆裂纹,常用的有限元分析软件(如 ANSYS)不能在裂纹前沿自动生成奇异单元,这就在很大程度上限制了有限元法在三维断裂力学分析中的应用.

本文针对运用有限元法进行三维裂纹问题分析时的难点,采用自下而上的建模方法,在裂纹前沿设置了如图 1 所示的奇异单元,建立了求解圆筒表面椭圆裂纹应力强度因子的断裂力学分析模型,并通过 Visual Basic 对 ANSYS 的封装调用,编制了圆筒表面椭圆裂纹应力强度因子的自动分析软件,对弯扭组合载荷下圆筒表面椭圆裂纹的应力强度因子进行了分析研究,绘制了裂纹最深点应力强度因子形状修正系数的曲线图谱,并拟合了便于工程应用的相关公式.

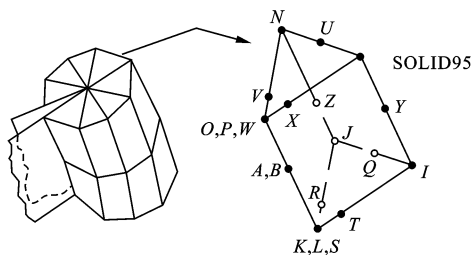


图 1 奇异单元示意图

1 断裂力学有限元分析模型

圆筒的加载情况如图 2 所示,椭圆裂纹面位于 $x-y$ 平面内,关于 y 轴对称. $L_1=L_2=22.05$ cm, $N_1=N_2=15$ kN, $W=30$ kN. 设 u, v, w 分别为圆筒上某点在 x, y, z 方向上的位移,当 $z=-L_1$ 时, $u=0$, $v=0$, $w=0$. 裂纹所在截面的情况如图 3 所示.

通过参数化编程,在圆筒表面椭圆裂纹前沿设置奇异单元,从而建立结构的总体模型.图 4 为圆筒表面椭圆裂纹有限元分析的单元划分情况;图 5 表示为了计算裂纹前沿各点的 K_I 、 K_{II} 和 K_{III} 而在裂

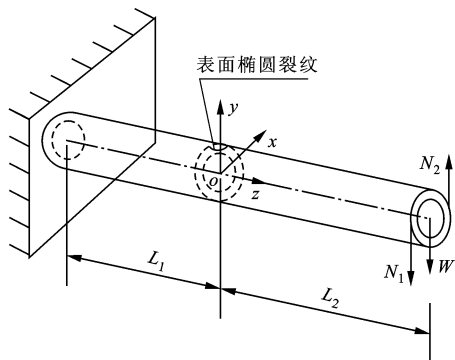


图 2 圆筒受弯扭组合载荷示意图

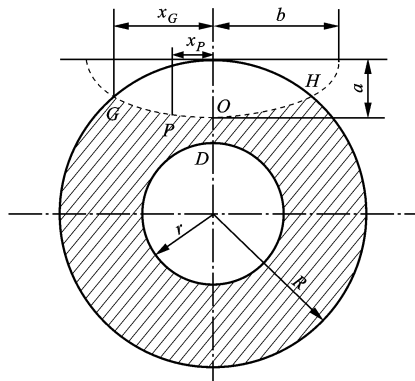


图 3 裂纹横截面示意图

纹前沿设置的奇异单元和其他单元的情况, B、D 点处于圆筒内表面, A、C 点处于圆筒外表面, COH 为裂纹区, OH 为裂纹前沿, 圆弧 EF 内的单元为围绕裂纹前沿 OH 建立的奇异单元.

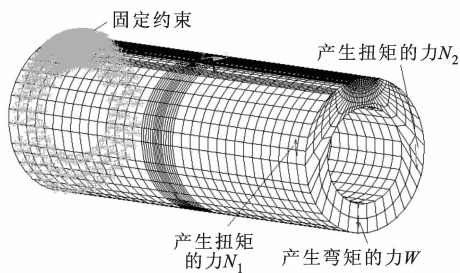


图 4 圆筒表面椭圆裂纹有限元分析的单元划分

2 圆筒表面椭圆裂纹应力强度因子数值分析软件(AutoSIFA)

首先利用参数化建模技术实现裂纹前沿奇异单元的自动生成, 然后运用 Visual Basic 对 ANSYS 进行封装, 设计便于使用的图形化参数输入界面, 并编制圆筒表面椭圆裂纹应力强度因子数值分析软件——AutoSIFA(Automatic Stress Intensity Fac-

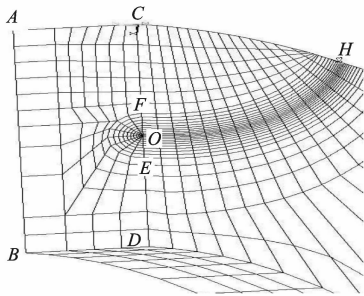


图 5 圆筒含裂纹区单元

tor Analysis). 运用 AutoSIFA 时,只需输入圆筒和裂纹的几何参数,AutoSIFA 软件就能自动完成裂纹应力强度因子的分析,并直观、方便地显示有关分析结果.图 6 是 AutoSIFA 软件的主界面.

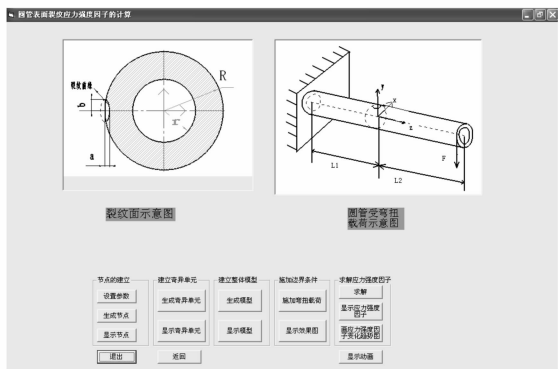
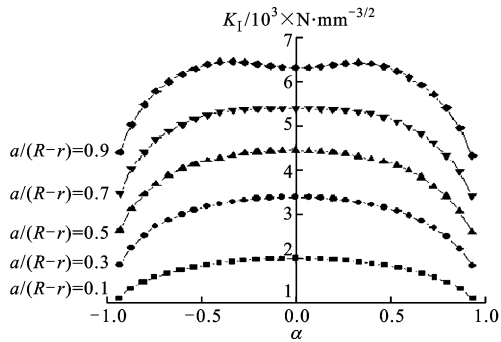


图 6 圆筒表面椭圆裂纹应力强度因子数值分析软件(AutoSIFA)的主界面

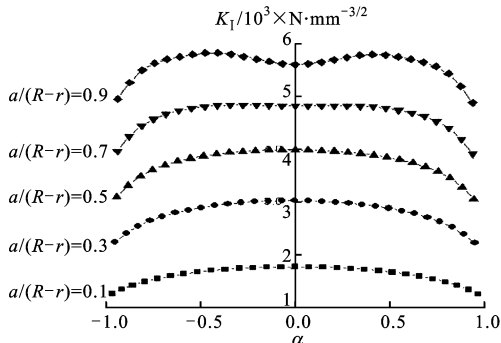
3 裂纹前沿应力强度因子分布分析

研究分析裂纹椭圆率 $a/b=0.2, 0.4, 0.6, 0.8$ (a, b 为裂纹参数,为了分析方便,假设 b 为固定值,如图 3 所示), $R/r=1.6$,裂纹相对深度 $a/(R-r)=0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9$ 共 20 种情况,通过 AutoSIFA 软件得到应力强度因子沿裂纹前沿的变化,如图 7~图 9 所示.图中横坐标 α 为裂纹前沿位置比, $\alpha=x_P/x_G$,纵坐标为点 P 的应力强度因子, x_P, x_G 和 P 见图 3.横坐标的 0 点表示裂纹最深点.

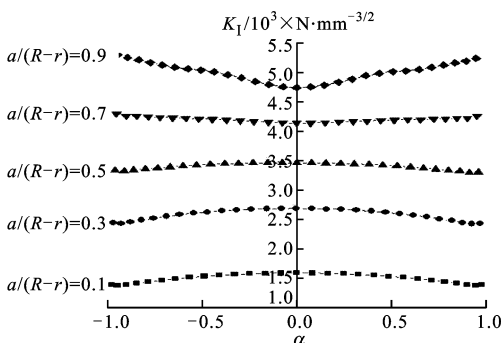
由图 7 可看出:当裂纹椭圆率 a/b 发生变化时,不同裂纹深度的 K_I 相对于裂纹最深点呈对称分布,随着 a/b 的增大,曲线由 $a/b=0.2$ 时的上凸形和 M 形逐渐变得平坦,最后当 $a/b=0.8$ 时变为上凹形;当 $a/b=0.2$ 和 $a/b=0.4$ 时,随着裂纹相对深度 $a/(R-r)$ 的增加, K_I 最大值点从裂纹的最深点移动到了位于表面点和最深点之间的某一点上,当 $a/b=0.6$ 时,曲线比较平坦, K_I 值相差不大,尤其



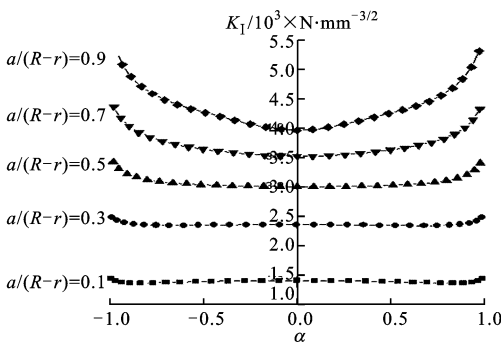
(a) $a/b=0.2$



(b) $a/b=0.4$



(c) $a/b=0.6$



(d) $a/b=0.8$

图 7 圆筒表面 I 型椭圆裂纹前沿应力强度因子 K_I 的分布

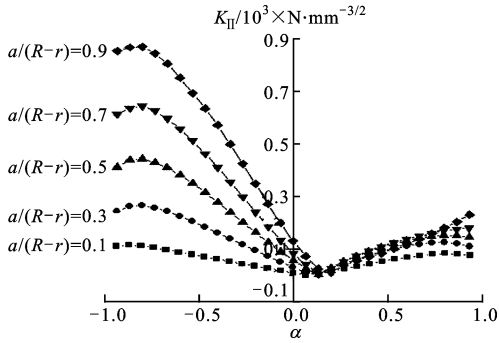
当 $a/(R-r)$ 为 0.7 时,裂纹前沿各点的 K_I 值几乎相同,随着 $a/(R-r)$ 的增大,曲线由上凸变为上凹;当 $a/b=0.8$ 时,不同 $a/(R-r)$ 下的 K_I 最大值点都位于裂纹与圆筒外表面的交点处,所有曲线变为 U

字形.

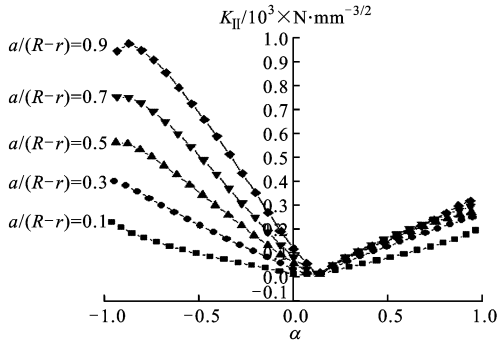
由图 8 可看出,在弯扭组合载荷下, K_{II} 的分布曲线呈斜 L 形,所有裂纹的 K_{II} 都有一个零点,但这

一点并不在裂纹的最深点. 随着裂纹深度的增加,零点两边曲线的斜率在增加,但左边曲线的斜率比较大,且增加较快.

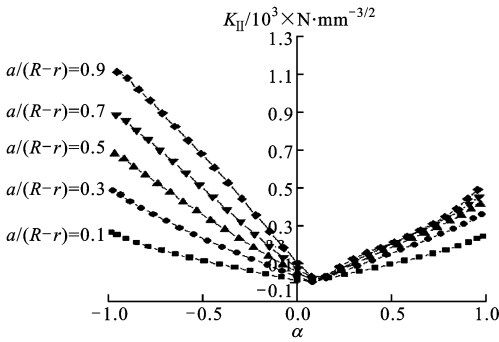
由图 9 可看出,当 $a/(R-r)$ 很小时, K_{III} 相对于



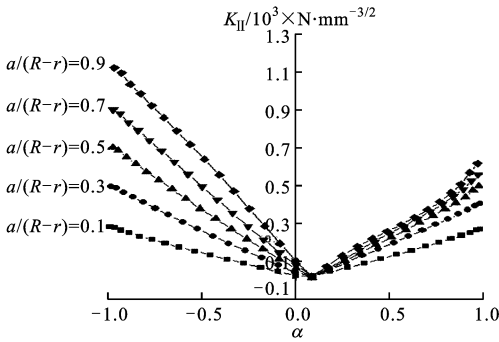
(a) $a/b=0.2$



(b) $a/b=0.4$

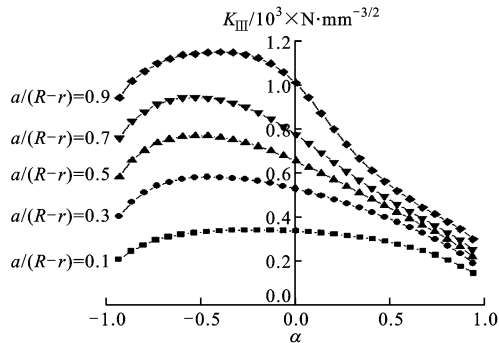


(c) $a/b=0.6$

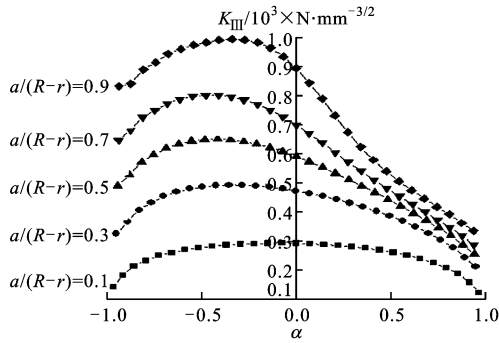


(d) $a/b=0.8$

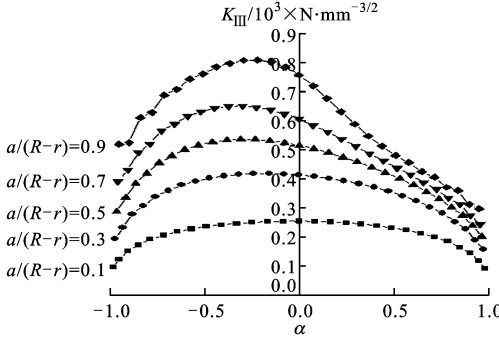
图 8 圆筒表面 II 型椭圆裂纹前沿应力强度因子 K_{II} 的分布



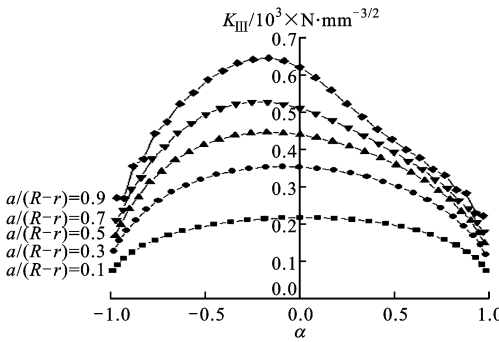
(a) $a/b=0.2$



(b) $a/b=0.4$



(c) $a/b=0.6$



(d) $a/b=0.8$

图 9 圆筒表面 III 型椭圆裂纹前沿应力强度因子 K_{III} 的分布

最深点呈对称分布,随着 $a/(R-r)$ 的增大,曲线的不对称程度越来越明显,最大值点由最深点移动到最深点与表面点之间.

4 裂纹最深点的应力强度因子分析

下面仅对裂纹最深点的 I 型应力强度因子 K_I 进行分析.由断裂力学可知,I 型应力强度因子可以表示为

$$K_I = F_I \sigma (\pi a)^{1/2} \tag{1}$$

式中: a 为裂纹深度; σ 为弯曲正应力; F_I 为裂纹最深点应力强度因子数值计算中由于圆筒几何尺寸和裂纹形态的改变而产生的修正系数,以下简称为形状修正系数.令 $a/b=0.2, 0.4, 0.5, 0.6, 0.8$; $R/r=1.2, 1.4, 1.6, 1.8$; $a/(R-r)=0.05, 0.11, 0.19, 0.27, 0.35, 0.43, 0.51, 0.59, 0.67, 0.75, 0.84, 0.94$.运用 AutoSIFA 软件,可以得到这些情况下裂纹最深点的 K_I ,然后通过式(1)求得 F_I .以

$a/(R-r)$ 为横轴、 F_I 为纵轴绘制 F_I 随 $a/(R-r)$ 变化的曲线,如图 10 所示.经拟合,得到形如式(2)的表达式,式中各系数的值见表 1.

$$F_I = \left[A + B \frac{a}{b} + C \left(\frac{a}{b} \right)^2 \right] + \left[D + E \frac{a}{b} + F \left(\frac{a}{b} \right)^2 \right] \frac{\frac{a}{R-r} + \left[G + H \frac{a}{b} + I \left(\frac{a}{b} \right)^2 \right] \left(\frac{a}{R-r} \right)^2}{R-r} \tag{2}$$

公式(2)的适用范围为: $1.2 \leq R/r \leq 1.8$; $0.2 \leq a/b \leq 0.8$; $0.05 \leq a/(R-r) \leq 0.9$.误差小于 10%,适合工程应用.实际上,裂纹最深点应力强度因子的形状修正系数 F_I 是随着变量 a/b 、 $a/(R-r)$ 和 R/r 的变化而变化的.

在工程实际中,当要计算圆筒表面椭圆裂纹应力强度因子时,可以根据裂纹和圆筒的几何参数在图谱中查到 F_I ,或者根据式(2)计算得到 F_I ,然后根据式(1)即可非常容易地求出圆筒表面椭圆裂纹的 I 型应力强度因子.

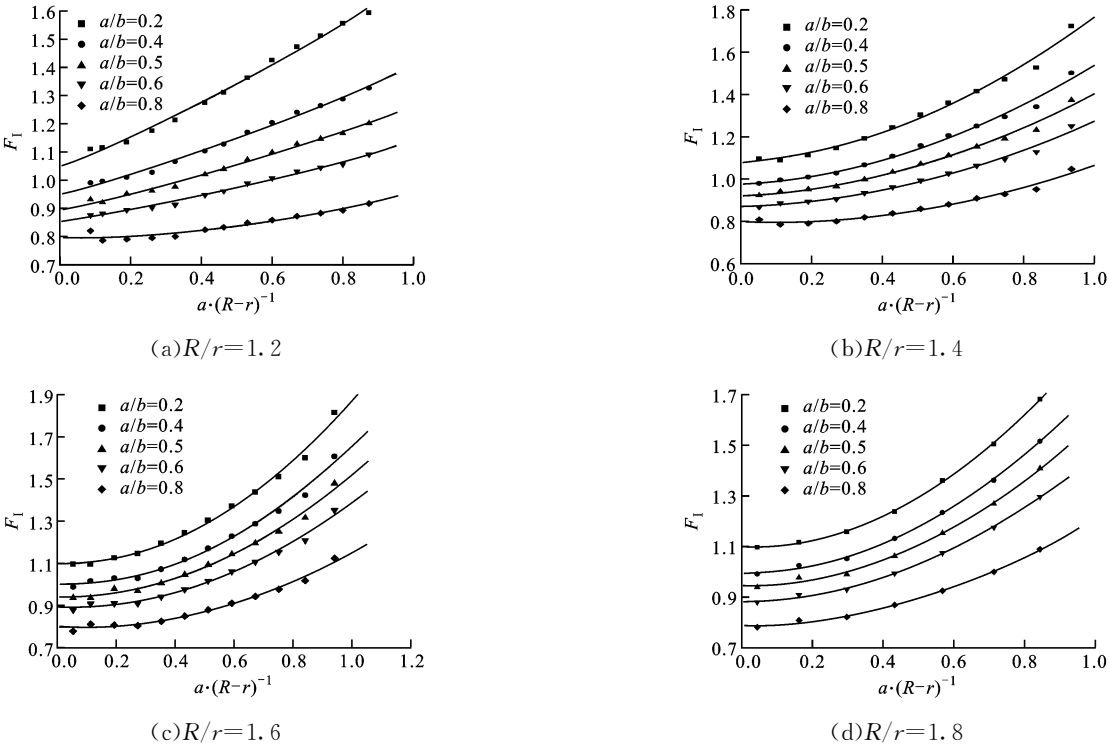


图 10 圆筒表面椭圆裂纹 I 型应力强度因子形状修正系数与裂纹相对深度的关系曲线

表 1 公式(2)中各系数的值

$R \cdot r^{-1}$	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1.2	1.127	-0.567 5	0	0.902 7	-1.345 4	0.502 4	0	0	0
1.4	1.201	-0.644 3	0.171 3	0.117 9	0.138 2	-0.457 2	0.709 0	-0.826 2	0.438 1
1.6	1.198	-0.503 1	0	-0.018 0	-0.064 1	0.017 5	0.888 4	-0.438 2	0.200 5
1.8	1.204	-0.526 7	0	-0.164 4	0.644 5	-0.490 7	1.006 1	-0.576 8	-0.218 9

5 结 语

(1)通过在表面裂纹前沿设置三维奇异单元,建立了圆筒表面椭圆裂纹复合型应力强度因子的有限元断裂力学分析模型.

(2)编制的 AutoSIFA 软件使工程技术人员能非常方便地完成圆筒表面椭圆裂纹复合型应力强度因子的有限元分析.

(3)对于圆筒表面椭圆裂纹在弯扭载荷下各点的 K_I 、 K_{II} 和 K_{III} ,可由 AutoSIFA 迅速求得.对于裂纹最深点的应力强度因子 K_I ,通过本文的曲线图谱和拟合公式可快速求得,而对于最深点的 K_{II} 和 K_{III} 的形状修正系数 F_{II} 和 F_{III} ,由于变化情况较为复杂,有待于进一步研究.

参考文献:

- [1] 孔宪明,郑斯滔,崔振源. 圆柱壳体的曲率半径对表面裂纹应力强度因子的影响[J]. 固体力学学报, 1989, 10(1): 53-59
KONG Xianming, ZHENG Sitao, CUI Zhenyuan. The effects of curvature radius of cylindrical shell on stress intensity factors of surface cracks [J]. Acta Mechanica Solida Sinica, 1989, 10(1): 53-59.
- [2] CARPINTERI A, BRIGHENTI R, SPAGNOLI A. Fatigue growth simulation of part-through flaws in thick-walled pipes under rotary bending [J]. Int J Fa-

tigue, 2000, 22(1): 1-9.

- [3] CARPINTERI A, BRIGHENTI R. Circumferential surface flaws in pipes under cyclic axial loading [J]. Eng Fract Mech, 1998, 60(4): 383-396.
- [4] PENG D, WALLBRINK C, JONES R. An assessment of stress intensity factors for surface flaws in a tubular member [J]. Eng Fract Mech, 2005, 72(3): 357-371.
- [5] WALLBRINK C, PENG D, JONES R. Assessment of partly circumferential cracks in pipes [J]. Int J Fract, 2005, 133(2): 167-181.
- [6] 王志群,朱务学,查子初. 用有限元法计算自增强厚壁圆筒的应力强度因子[J]. 机械强度, 1989, 11(3): 62-66.
WANG Zhiqun, ZHU Wuxue, ZHA Zichu. The evaluation of the stress intensity factors for autofrettaged cylinders with radial cracks [J]. Journal of Mechanical Strength, 1989, 11(3): 62-66.
- [7] BARSOUM R S. On the use of isoperimetric finite element in linear fracture mechanics [J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1976, 10(1): 25-37.
- [8] BUSH A J. Stress intensity fractures for single-edge-crack solid and hollow round bars loaded in tension [J]. Journal of Testing and Evaluation, 1981, 9(4): 216-223.

(编辑 葛赵青)